

Chương X: XÁC SUẤT

Bài 1. KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

I PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU

1 *Phép thử ngẫu nhiên*

2 *Không gian mẫu*

II BIẾN CỐ

III LUYỆN TẬP

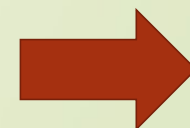


TRÒ CHƠI GIEO XÚC XẮC

LUẬT CHƠI:

- Chia lớp thành 4 nhóm thực hiện trò chơi gieo xúc xắc qua phần mềm <https://chuongtrinhmoi.com/>
- Mỗi nhóm cử một đại diện lên tung xúc xắc hai lần liên tiếp.
- Kết quả:

Tích số chấm xuất hiện trên hai lần gieo lớn nhất sẽ giành chiến thắng.



HOẠT ĐỘNG NHÓM:

Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra
đối với số chấm xuất hiện trong hai lần gieo

Tất cả các kết quả có thể xảy ra đối với số chấm trong hai lần gieo xúc xắc là:

$$A = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); \\ (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); \\ (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); \\ (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); \\ (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); \\ (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}.$$

$$n(A) = 36$$

I PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU



Định nghĩa

Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một hoạt động mà ta **không thể biết trước được kết quả của nó.**

Tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử ngẫu nhiên được gọi là **không gian mẫu**, kí hiệu là Ω .

Chú ý

Trong chương này, ta chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm **hữu hạn phần tử**.

I PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU



Ví dụ 1

Một đồng xu có hai mặt, trên một mặt có ghi giá trị của đồng xu, thường gọi là mặt sấp, mặt kia là mặt ngửa. Hãy xác định **không gian mẫu** của mỗi phép thử ngẫu nhiên sau:

a) Tung đồng xu một lần



Bài giải



Mặt sấp (S)



Mặt ngửa (N)

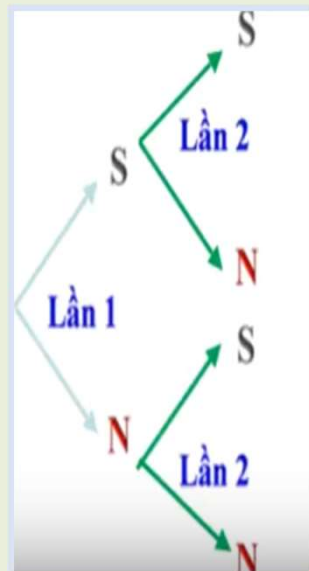
$\{S, N\}$

I PHÉP THỬ KHÔNG GIAN MẪU

Ví dụ 1

b) Tung đồng xu hai lần

Bài giải



$\{SS, NN, SN, NS\}$



Ví dụ 2

Trong hộp có bốn quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. hãy xác định không gian mẫu của các phép thử sau:

- a) Lấy ngẫu nhiên một quả bóng
- b) Lấy ngẫu nhiên cùng một lúc hai quả bóng
- c) Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng.

Giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$.

b) Do mỗi lần ta lấy hai quả bóng mà không tính đến thứ tự nên không gian mẫu sẽ gồm các tập con gồm hai phần tử của tập hợp $\{1; 2; 3; 4\}$, tức là:

$$\Omega = \{ \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{1; 4\}; \{2; 3\}; \{2; 4\}; \{3; 4\} \}.$$

c) Do hai quả bóng được lấy lần lượt nên ta cần phải tính đến thứ tự lấy bóng. Nếu lần đầu lấy được bóng số 3, lần sau lấy được bóng số 1 thì ta sẽ kí hiệu kết quả của phép thử là cặp $(3; 1)$. Khi đó không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{ (1; 2); (2; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 4); (4; 1); (2; 3); (3; 2); (2; 4); (4; 2); (3; 4); (4; 3) \}.$$

Tất cả các kết quả có thể xảy ra đối với số chấm trong hai lần gieo xúc xắc là:

$$A = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); \\ (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); \\ (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); \\ (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); \\ (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); \\ (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}.$$

$$n(A) = 36$$

Nhóm 1 - Liệt kê số phần tử của tập hợp B gồm tất cả các kết quả có thể xảy ra khi **số chấm xuất hiện sau hai lần gieo giống nhau**.

Nhóm 2 - Liệt kê số phần tử của tập hợp C gồm tất cả các kết quả có thể xảy ra khi **tổng số chấm xuất hiện sau hai lần gieo bằng 6**.

Nhóm 3 - Liệt kê số phần tử của tập hợp D gồm tất cả các kết quả có thể xảy ra khi **tích số chấm xuất hiện sau hai lần gieo bằng 12**.

Nhóm 4 - Liệt kê số phần tử của tập hợp E gồm tất cả các kết quả có thể xảy ra khi **tổng số chấm xuất hiện sau hai lần gieo là số chẵn**.

CÂU HỎI CHUNG: Nhận xét **mối quan hệ** giữa tập hợp B và Ω , tập hợp C và Ω , tập hợp E và Ω .

Nhóm 1 - $B = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$.

Nhóm 2 - $C = \{(1; 5); (2; 4); (3; 3); (4; 2); (5; 1)\}$.

Nhóm 3 - $D = \{(2; 6); (3; 4); (4; 3); (6; 2)\}$.

Nhóm 4 - $E = \{(1; 1); (1; 3); (1; 5); (3; 1); (3; 3); (3; 5); (5; 1); (5; 3); (5; 5); (2; 2); (2; 4); (2; 6); (4; 2); (4; 4); (4; 6); (6; 2); (6; 4); (6; 6)\}$

Ta thấy: $B \subset \Omega; C \subset \Omega; D \subset \Omega; E \subset \Omega;$

II BIẾN CỐ



Định nghĩa

*Mỗi tập con của không gian mẫu được gọi là một **biến cố**, kí hiệu là $A, B, C, \dots$*

*Một kết quả thuộc A được gọi là kết quả làm cho A xảy ra, hoặc **kết quả thuận lợi** cho A .*

Ví dụ 3

Xét phép thử gieo hai con xúc xắc:

- a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử.
- b) Viết tập hợp mô tả biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4”. Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố đó?



Hình 4

GIẢI:

- a) Ta cũng có thể viết không gian mẫu dưới dạng:

$$\Omega = \{(i; j) \mid i, j = 1, 2, \dots, 6\}.$$

- b) Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4”. Tập hợp mô tả biến cố A là:

$$A = \{(1; 3); (2; 2); (3; 1)\}.$$

Như vậy có ba kết quả thuận lợi cho biến cố A .



Trong phép thử gieo hai con xúc xắc, có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho mỗi biến cô sau?

D : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13”;

E : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 13”.

$D = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6);$
 $(2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6);$
 $(3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6);$
 $(4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6);$
 $(5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6);$
 $(6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}.$

$E = \emptyset$

NHẬN XÉT:

Biến cô D luôn xảy ra, ta nói D là *biến cô chắc chắn*.

Biến cô E không bao giờ xảy ra, ta nói E là *biến cô không thể*.

II BIẾN CỐ



Định nghĩa

Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra, kí hiệu là Ω .

Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra, kí hiệu là $\emptyset$.

Ví dụ 4

Một nhóm có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi làm công tác tình nguyện.

- a) Hãy xác định số phần tử của không gian mẫu.
- b) Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố “Trong 3 bạn được chọn có đúng 2 bạn nữ”.

Giải

a) Do ta chọn ra 3 bạn khác nhau từ 9 bạn trong nhóm và không tính đến thứ tự nên số phần tử của không gian mẫu là $C_9^3 = 84$.

b) Ta có C_4^2 cách chọn ra 2 bạn nữ từ 4 bạn nữ. Ứng với mỗi cách chọn 2 bạn nữ có C_5^1 cách chọn ra 1 bạn nam từ 5 bạn nam.

Theo quy tắc nhân ta có tất cả $C_4^2 C_5^1$ cách chọn ra 2 bạn nữ và 1 bạn nam từ nhóm bạn. Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố “Trong 3 bạn chọn ra có đúng 2 bạn nữ” là $C_4^2 C_5^1 = 30$.

III LUYỆN TẬP

2 Bài tập trắc nghiệm

 **Câu 1** Trong các thí nghiệm sau, thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên?

- A.** Gieo đồng tiền xem nó mặt ngựa hay mặt sấp.
- B.** Gieo con súc sắc xem xuất hiện mặt mấy chấm.
- C.** Chọn bất kì 1 HS trong lớp và xem là nam hay nữ.
- D.** Quan sát vận động viên chạy bộ xem được bao nhiêu km/h.

Bài giải

Đáp án D không phải là phép thử ngẫu nhiên vì ta không biết chắc chắn các kết quả có thể xảy ra.

III LUYỆN TẬP

2 Bài tập trắc nghiệm

Câu 2

Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 24 .

B

12.

C. 6 .

D. 8.

Bài giải

Gieo một đồng tiền xảy ra 2 kết quả: S, N.

Gieo một con súc sắc xảy ra 6 kết quả: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Áp dụng quy tắc nhân, số phần tử của không gian mẫu là: $2 \cdot 6 = 12$.

II LUYỆN TẬP

2 Bài tập trắc nghiệm

Câu 3

Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

A 2.

B. 4

C. 5.

D. 6.

Bài giải

Liệt kê ta có: $A = \{NS, SN\}$

II LUYỆN TẬP

2 Bài tập trắc nghiệm

Câu 4

Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là:

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Bài giải

Liệt kê ta có: $A = \{(1; 2; 3); (1; 2; 4); (1; 2; 5); (1; 3; 4)\}$